

Volker EnB

## Das quantenmechanische und klassische N-Körper-Problem



Geboren 1942. Diplom und Promotion (1974, Hamburg) in Physik; Habilitation (1979, Bielefeld) in Theoretischer Physik. Professuren für Mathematik: Ruhr-Universität Bochum (1980-83), Freie Universität Berlin (1983-89). Auslandsaufenthalte u. a.: Indiana University, Bloomington IN, USA (1977/78), A. Einstein Professor, Institute for Advanced Study, Princeton NJ, USA (1979/80), S. Fairchild Distinguished Scholar, California Institute of Technology, Pasadena CA, USA (1984/85), E. Landau Center for Research in Mathematical Analysis, Hebrew University Jerusalem, Israel (1989). — Adresse: Institut für Reine und Angewandte Mathematik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Templergraben 55, 5100 Aachen.

Die nichtrelativistische Quantenmechanik ist ein mathematisches Modell, das die Welt der Atome und Moleküle recht gut beschreibt. Ähnlich gut hat sich die klassische Mechanik zur Modellierung von Bewegungen makroskopischer Körper bewährt. Obwohl bekannt ist, daß beide Theorien nicht „exakt“ sind, sondern nur einen Teilbereich der Natur beschreiben, ist es lohnend, sie mit mathematischer Strenge zu analysieren: Bei ihnen tritt das Zusammenspiel interessanter und reichhaltiger mathematischer Strukturen auf, und weiterhin kann man theoretische Schlußfolgerungen mit Beobachtungen der Natur vergleichen und so die Qualität der Naturbeschreibung überprüfen. Es ist schön dabei zu beobachten, wie die historisch gewachsene Grenze verschwimmt zwischen rein mathematischen Fragestellungen einerseits und der physikalischen Naturerkenntnis (mit der Mathematik als zweckmäßigem Handwerkszeug) andererseits. Dies entspricht der programmatischen Projektbezeichnung „Geometrie und Physik“.

Fast jeder Physiker glaubt, daß in einem gewissen Sinne die klassische Mechanik ein spezieller Grenzfall der Quantenmechanik ist, daß z. B. die Planetenbewegung bei klassischer oder quantenmechanischer Beschreibung gleichartig ist, nur wäre im letzteren Fall ein so unangemessen hoher Aufwand erforderlich, daß er die praktische Lösbarkeit verhinderte.

Trotzdem ist der Sinn, in dem die Quantenmechanik umfassender und weiterreichend gültig ist, schwer zu fassen, denn einige der idealisierten Begriffsbildungen und Konzepte beider Theorien widersprechen sich. Beispielsweise kann es in der Quantenmechanik das grundlegende und so überaus nützliche klassische Punktteilchen nicht geben, das zu gegebener Zeit einen bestimmten Ort und eine feste Geschwindigkeit hat. Die in beiden Theorien benutzten mathematischen Strukturen sind grundverschieden: Die Newtonschen Bewegungsgleichungen sind ein endlichdimensionales System nichtlinearer Differentialgleichungen, während der Fluß gemäß der Schrödingergleichung linear ist, aber auf einem Zustandsraum unendlicher Dimension. Die Zusammenhänge zwischen den Theorien werden seit dem Beginn der Quantenmechanik untersucht; als besonders schlagkräftig erwiesen sich in neuerer Zeit die Methoden der semiklassischen Analysis. Singuläre Potentiale, die für einige Aspekte des chaotischen Verhaltens verantwortlich sind, das bei klassischen dynamischen Systemen beobachtet wird, sperren sich aber leider gegen eine semiklassische Behandlung.

Ein längerfristiges Forschungsvorhaben ist die Analyse sowohl der Analogien als auch der Unterschiede zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik. Besonderes Interesse verdienen solche Modelle, bei denen die Idealisierung der klassischen Physik erratic Verhalten, Verlust der Vorhersagbarkeit und deterministisches Chaos zeigt. So einfache Systeme wie das Drei-Körper-Problem, das gekoppelte Doppelpendel oder ein periodisch angestoßenes Pendel gehören zu dieser Klasse. Diese Effekte treten in der sehr regulären quantenmechanischen Beschreibung wohl nicht direkt auf. Sind sie dort aber bereits so angelegt, daß sie im klassischen Grenzfall klar hervortreten, oder sind sie Artefacte der idealisierten klassischen Mechanik, die auch approximativ kein quantenmechanisches Analogon haben? Für das Studium solcher Fragen benötigt man als Instrumentarium z. B. geeignete Observable, die trotz der unterschiedlichen Strukturen in beiden Theorien definiert werden können. Ihr Verhalten im Grenzfall kann stetige Übergänge oder abrupte Änderungen anzeigen. Für die physikalischen Aspekte ist es auch wichtig, nicht nur die Naturkonstante  $\hbar$ , das Plancksche Wirkungsquantum, formal zu variieren und den Grenzwert zu analysieren, in dem  $\hbar$  gegen Null strebt, sondern bei festem  $\hbar$  gleichartige Grenzprozesse durch Variation freier physikalischer Systemparameter zu simulieren. Kandidaten dafür sind z. B. die Größe des Systems (Masse, Massenverhältnisse, Teilchenzahl) oder bei instabilen Systemen das Verhalten für große Zeiten.

Die Arbeit an solchen Fragen muß von konkreten Systemen ausgehen. So beschäftigte ich mich während meines Aufenthaltes am Wissenschaftskolleg (der notgedrungen auf einen kleinen Teil des Jahres beschränkt blei-

ben mußte) insbesondere mit der vollständigen Klassifikation aller Streuzustände für das quantenmechanische  $N$ -Körper-Problem, der „asymptotischen Vollständigkeit“: Die durch physikalische Beobachtungen entwickelte Intuition besagt, daß ein instabiles System zu später Zeit in gebundene Teilsysteme zerfällt, die sich unabhängig voneinander bewegen. Sowohl die innere Bewegung eines gebundenen (Teil-) Systems als auch deren freie Relativbewegung sind explizit bekannt. Wenn das mathematische Modell dieselben Eigenschaften hat, dann lassen sich alle Lösungen der quantenmechanischen Schrödingergleichung durch ihr viel einfacheres asymptotisches Verhalten klassifizieren. Das Problem ist bei jeder Teilchenzahl gelöst für sogenannte kurzreichweitige Kräfte, doch ist es noch offen für die mathematisch schwierigeren aber physikalisch wichtigen langreichweitigen Kräfte (Gravitation, Coulombkräfte zwischen geladenen Teilchen) bei  $N = 4$  oder mehr Teilchen. Hierfür wurden einige Teilergebnisse, z. B. über das asymptotische Verhalten nicht-kritischer Zustände, erzielt. Das entsprechende Klassifikationsproblem der klassischen Mechanik ist für drei Teilchen teilweise gelöst, für vier und mehr Teilchen ist es noch weitgehend offen.

Von größtem Wert für meine Arbeit war der intensive Kontakt zu den im Projekt „Geometrie und Physik“ beteiligten Fellows Jean Bellissard, Bernard Helffer, Victor Tchoulaevski und Peter Zograf sowie zu den Berliner Wissenschaftlern, insbesondere Robert Schrader und Ruedi Seiler mit ihren Arbeitsgruppen. Von ihnen allen habe ich sehr viel über neue angemessene Methoden und Ergebnisse gelernt, die für unterschiedliche konkrete Systeme erarbeitet wurden, darunter solche aus der klassischen oder Quantenmechanik oder verwandte geometrische Modelle. Daraus ist ein Erfahrungsschatz gewachsen, der meine Arbeit noch lange befruchten wird. Für diese großartige Gelegenheit bin ich sehr dankbar. Die außerfachlichen Genüsse und intellektuellen Strapazen, die uns die Gemeinschaft der Fellows am Wissenschaftskolleg geboten hat, sind gewiß von eloquenteren Kollegen gewürdigt worden, so daß ich es nicht stümperhaft wiederholen möchte.