

Wulf Gaertner

# Über kollektive Entscheidungen, Wohlfahrt und Verteilungsgerechtigkeit

## 1. Zur Illustration des Problems: Die Aufteilung eines Kuchens

Stellen wir uns vor, daß eine Gesellschaft, die aus nur drei Personen besteht, über die Aufteilung eines vorhandenen Kuchens zu entscheiden habe. Aus ganz bestimmten Gründen, so wollen wir annehmen, stehen nur vier Verteilungsmöglichkeiten zur Auswahl, nämlich

$$x = (2,0), y = (2,0,2) \quad z = (0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \quad \text{und} \quad w = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) .$$

Hierbei besagt die Alternative  $x$  z. B., daß die Personen 1 und 2 jeweils die Hälfte des Kuchens erhalten, während Person 3 leer ausgeht (die übrigen Alternativen sind analog zu interpretieren). Die drei Mitglieder unserer Gesellschaft besitzen (natürlich) eine Präferenzordnung über die vier Aufteilungsmöglichkeiten. Ihre subjektiven Präferenzen lauten:

1	2	3
$x, y$	$x, z$	$y, z$
$w$	$w$	$w$
$z$	$y$	$x$

Bei dieser Darstellungsweise soll folgende Vereinbarung gelten: »Weiter oben« gelegene Alternativen werden »weiter unten« gelegenen Alternativen jeweils streng vorgezogen, während Alternativen, die auf derselben Höhe angeordnet sind, als gleichwertig anzusehen sind.

Die Frage, mit der wir uns in diesem einleitenden Abschnitt beschäftigen wollen, lautet: Welche Alternative sollte von unserer Gesellschaft ausgewählt werden?

(a) die einfache Mehrheitsregel

Nach der Methode der einfachen Mehrheitsentscheidung wird die Alternative  $w$  eliminiert, während  $x$ ,  $y$  und  $z$  als gleich akzeptabel erscheinen. Sollte also  $w$  fallengelassen werden und statt dessen entweder  $x$  oder  $y$  oder  $z$  gewählt werden? Dies werden sich die Mitglieder unserer Gesellschaft genau zu überlegen haben, denn bei den drei letztgenannten

Alternativen wird stets eine Person der Verlierer sein. Wird eine Gesellschaft zur Entscheidung von Verteilungsfragen die Mehrheitsregel heranziehen wollen? Oder anders gefragt: Wird sich eine Gesellschaft unter dem »Schleier der Ungewißheit«, unter welchem kein Individuum weiß, welche Position es in einer konkreten (sozial- und wirtschaftspolitischen) Situation einnimmt, auf eine Abstimmungsregel wie die einfache Mehrheitsentscheidung einlassen?

*(b) das Borda Rangordnungsverfahren (Borda, 1781)*

Die Borda Regel weist den einzelnen Alternativen Rangordnungszahlen zu, wobei die jeweils besten Alternativen in unserem Beispiel die Rangzahl 2.5, w in allen Präferenzordnungen das Gewicht 1.0 und die jeweils schlechtesten Alternativen das Gewicht 0.0 erhalten. Eine einfache Rechnung ergibt, daß x, y und z eine Rangsumme von 5.0 erreichen, während w nur ein Gesamtgewicht von 3.0 erzielt. Damit ist deutlich geworden, daß die Entscheidung unter Anwendung der Borda Regel zwischen den Aufteilungsmöglichkeiten x, y und z fallen wird.

*(c) eine Veto Regel*

Jede Person unserer Gesellschaft habe das Recht, die für sie schlechteste Alternative zu verhindern. Bei Anwendung dieses Verfahrens ergibt sich ein eindeutiges Resultat: w bleibt als einzige Alternative übrig und wird damit von der Gesellschaft gewählt.

*(d) ein utilitaristischer Ansatz (Harsanyi, 1955)*

Ein sogenannter ethischer Beobachter ermittelt die nutzenmaximale Aufteilungsalternative für unsere Gesellschaft oder: Jedes Individuum stellt sich vor, mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 1/3$  jeweils eine der drei möglichen Positionen in einer konkreten Situation einzunehmen. Sei  $Eu(x)$  der Erwartungswert des Nutzens in bezug auf die Alternative x, so erhalten wir folgendes Resultat:

$$Eu(x) = 1/3 \cdot 1/2 + 1/3 \cdot 1/2 + 0 = 1/3$$

$$Eu(y) = 1/3 \cdot 1/2 + 0 + 1/3 \cdot 1/2 = 1/3$$

$$Eu(z) = 0 + 1/3 \cdot 1/2 + 1/3 \cdot 1/2 = 1/3$$

$$Eu(w) = 1/3 \cdot 1/3 + 1/3 \cdot 1/3 + 1/3 \cdot 1/3 = 1/3$$

Nach diesem Ansatz sind offenbar alle vier Alternativen als gleich gut anzusehen.

*(e) die Maximierung des Minimums (Rawls, 1971)*

Nach dieser Maxime ist diejenige Alternative auszuwählen, unter der die am schlechtesten gestellte Person bestmöglich versorgt wird. Unter Verwendung der Matrixdarstellung läßt sich die Entscheidung für die Gesellschaft sehr schnell ablesen:

	1	2	3
x	1/2	1/2	0
y	1/2	0	1/2
z	0	1/2	1/2
w	1/3	1/3	1/3

Die Entscheidung ist eindeutig. Die Alternative w allein garantiert, daß das Minimum größtmöglich wird.

*W die Maximierung des Produkts der Nutzenzuwächse gegenüber dem Status quo (Nash, 1950)*

Nehmen wir an, daß der Nutzenindex jeder der drei Personen vor Aufteilung des Kuchens den Wert Null habe. Dann errechnet man für das Produkt der Nutzenzuwächse  $N(\bullet)$  bei den einzelnen Alternativen:

$$N(x) = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 0 = 0$$

$$N(y) = 1/2 \cdot 0 \cdot 1/2 = 0$$

$$N(z) = 0 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 0$$

$$N(w) = 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 = 1/27$$

Erneut ist der Aufteilungsvorschlag w »der Sieger«.

*(g) Wahl einer »neidfreien« Allokation (Foley, 1967)*

Bei diesem Verfahren wird nach einer Alternative gesucht, bei deren Realisierung kein Individuum einem anderen Mitglied der Gesellschaft dessen Güterzuteilung neidet. In unserem Beispiel gibt es genau eine Alternative, bei der kein Neid auftritt, nämlich w.

Wir könnten dem Leser weitere Aufteilungsmaxime unterbreiten, möchten es aber bei den obigen sieben Vorschlägen belassen. Einige der vorgestellten Entscheidungsregeln werden wir im Verlaufe unserer Ausführungen noch genauer analysieren und diskutieren. Für den Augenblick bleibt festzuhalten, daß völlig unterschiedliche Verfahren wie z. B. die Regeln (c), (e), (f) und (g) zu übereinstimmenden Resultaten führen können.

## 2. Arrows Unmöglichkeitstheorem

Im einleitenden Abschnitt dieser Arbeit haben wir mehrere Verfahren kennengelernt, die unter Berücksichtigung gegebener individueller Präferenzordnungen eine Entscheidung für die Gesellschaft, eine sog. kollektive Entscheidung erzeugen. Dieser Prozeß kann (muß aber nicht notwendigerweise) mit Hilfe des Arrow'schen Konzepts einer »Sozialen Wohlfahrtsfunktion« präzisiert werden. Arrow (1951, 1963) definierte eine Soziale Wohlfahrtsfunktion als einen Prozeß, welcher für jede Menge individueller Präferenzordnungen der alternativen sozialen Zustände eine entsprechende soziale Ordnung der alternativen sozialen Zustände festlegt.

Sei  $R$  die Menge aller logisch möglichen Ordnungen auf  $A$ , der Menge der erreichbaren Zustände.  $R^i$  symbolisiere die Menge der individuellen Präferenzordnungen von Person  $i$ , wobei  $R_i \in R^i$  ein Element dieser Menge bezeichne.  $R_i$  wird normalerweise die Interpretation »ist mindestens so gut wie« gegeben.  $P_i$  und  $I_i$ , welche mit Hilfe von  $R_i$  definiert werden, repräsentieren die strikte Präferenz bzw. die Indifferenz von Person  $i$ . Falls  $R^1 = R^2 = \dots = R^n = R$  für alle  $n$  Personen der betrachteten Gesellschaft, läßt sich Arrows Soziale Wohlfahrtsfunktion durch die folgende Abbildungsvorschrift charakterisieren:

$$f: R^1 \times \dots \times R^n \rightarrow R$$

Arrows Konzept einer Wohlfahrtsfunktion basiert auf der Vorstellung, daß Nutzenmengen ausschließlich ordinal meßbar sind; damit ist die Betrachtung von Nutzendifferenzen unmöglich geworden. Darüber hinaus wird die interpersonelle Vergleichbarkeit von Nutzenmengen, auch auf rein ordinaler Basis, ausgeschlossen. Gerade die letzte Feststellung erweist sich als sehr kritisch, wenn Fragen der Verteilungsgerechtigkeit zur Debatte stehen. Wir werden dies weiter unten an einem kleinen Beispiel zu verdeutlichen versuchen.

In der obigen Definition der Funktion  $f$  ist bereits eine der vier Bedingungen berücksichtigt worden, die nach Arrows Ansicht von einer Wohlfahrtsfunktion erfüllt werden sollten, nämlich

1. Die Bedingung des unbeschränkten Definitionsbereichs (Bedingung I): Alle logisch möglichen Kombinationen von individuellen Präferenzordnungen sind zulässig.

Die weiteren Bedingungen lauten:

2. Das schwache Pareto-Prinzip (Bedingung I'): Falls alle Mitglieder der Gesellschaft die Alternative  $x$  der Alternative  $y$  vorziehen, soll auch sozial  $x$  der Alternative  $y$  vorgezogen werden. D. h., für jedes Paar  $x, y$  aus  $A$  gilt:

$$[\forall i: x P_i y] \rightarrow x P y.$$

3. Die Bedingung der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen

(Bedingung I): Falls jedes Individuum der Gesellschaft in zwei Kombinationen von individuellen Ordnungen dieselbe Präferenz bezüglich der Alternativen  $x$  und  $y$  aufweist, dann soll die soziale Präferenz bezüglich  $x$  und  $y$  in diesen beiden Fällen gleich sein. Seien  $\{R_i\}$  und  $\{R_j\}$  die beiden Profile individueller Präferenzen und gelte für ein beliebiges Paar  $x, y$  aus  $A' \subset A$  und für alle  $i: xR_i y$  und  $yR_i x$ .  $yR_j x$ , dann sollen  $\{R_i\}$  und  $f(\{R_j\})$  das Paar  $x, y$  in exakt gleicher Weise ordnen.

4. Die Nicht-Diktator-Bedingung (Bedingung D): Es existiert kein Individuum in der Gesellschaft, dessen strikte Präferenz bezüglich eines beliebigen Paares  $x, y$  aus  $A$  sich stets sozial durchsetzt, d. h., es existiert keine Person  $i$ , so daß für alle Präferenzprofile im Definitionsbereich der Regelf und für alle Paare  $x, y$  aus  $A$  gilt:

$$xP_i y - xP y.$$

Diese vier Bedingungen sind von Arrow als notwendige, keinesfalls als hinreichende Anforderungen an eine kollektive Entscheidungsregel betrachtet worden. Dennoch gilt das folgende berühmt gewordene »Unmöglichkeitstheorem«.

Theorem (Arrow): Es existiert keine Soziale Wohlfahrtsfunktion, die die Bedingungen  $U, P, I$  und  $D$  erfüllt.

Sen (1979) hat darauf hingewiesen, daß die Bedingungen  $U, I$  und  $P$  zusammen eine schwache Form von »Welfarismus« implizieren, wobei er Welfarismus in der folgenden Weise charakterisiert: »Social welfare is a function of personal utility levels, so that any two social states must be ranked entirely on the basis of personal utilities in the respective states (irrespective of the non-utility features of the states)«. Damit werden im Arrow'schen Rahmen Informationen außer acht gelassen, die für eine angemessene Behandlung von Interessen- bzw. Verteilungskonflikten von großer Bedeutung sein können. Darüber hinaus verwehrt die Annahme rein ordinaler, interpersonell nicht miteinander vergleichbarer Nutzengrößen Betrachtungen wie die, ob in einer bestimmten Situation eine Person  $A$  besser oder schlechter als eine Person  $B$  gestellt ist. Diese Art von Beschränkung soll mit Hilfe des folgenden Beispiels, welches wir bei Sen (1982) finden, illustriert werden.

Es gehe wieder um die Aufteilung eines vorhandenen Kuchens. In der Situation *I* ist Individuum 1 in der Anfangsverteilung a recht gut bedacht worden, während die Personen 2 und 3 recht wenig Kuchen abbekommen haben. Es gelte:  $a = (4/5, 1/10, 1/10)$ . Wir betrachten nun eine Umverteilung derart, daß Person 1 etwas von ihrem Kuchen weggenommen und dies an die beiden anderen Individuen verteilt wird, nämlich  $b = (3/5, 1/5, 1/5)$ .

In Situation II wird auch eine Umverteilung zugunsten der Personen 2 und 3 vollzogen, nur weist Person 1 schon in der Anfangsverteilung  $a'$  die

geringste Menge an Kuchen auf. Es gelte hier:  $a' = (1/5, 2/5, 2/5)$  und  $b' = (1/10, 9/20, 9/20)$ . Die subjektiven Präferenzen der drei Individuen lauten:  
Situation I

1	2	3
a	<i>b</i>	<i>b</i>
b	a	<i>a</i>

Situation II

1	2	3
<i>a'</i>	<i>b'</i>	<i>b'</i>
<i>b'</i>	<i>a'</i>	<i>a'</i>

Wichtig ist nun, daß die beiden Umverteilungssituationen im Arrow'schen Rahmen nicht unterscheidbar sind, nicht unterscheidbar sein dürfen, da die Präferenzprofile in den beiden Situationen identisch sind. Damit muß die kollektive Entscheidung in beiden Situationen gleich ausfallen, trotz unterschiedlicher Verteilungskonstellation. Die Tatsache, daß Person 1 in Situation I »sehr reich«, in Situation II aber »recht arm« ist, wird im welfaristischen Rahmen nicht erfaßt. Damit müssen wir uns in Fragen der Verteilungsgerechtigkeit nach einem System umschaun, welches wesentlich mehr Informationen zuläßt und dieses Mehr im Prozeß der kollektiven Entscheidung verarbeitet.

### 3. Utilitarismus, Rawlsianismus und andere Konzepte

Wir beginnen diesen Abschnitt damit, daß wir einige der zu Anfang dieser Arbeit kurz vorgestellten Entscheidungsregeln etwas genauer beleuchten. Wo es uns angebracht erscheint, werden wir uns wiederum der formalen Sprache bedienen. Sei  $A = \{x, y, z, \dots\}$  eine Menge realisierbarer sozialer Zustände mit mindestens drei Elementen und sei  $N = \{j, \dots, n\}$  eine endliche Menge von Individuen, wobei  $N$  mehr als zwei Elemente enthalte. Wir definieren erneut  $\mathbf{R}$  als die Menge aller Ordnungen auf  $A$ . Für jedes  $R' \in \mathbf{R}$  und für beliebige Elemente  $x, y \in A$  soll  $x R' y$  bedeuten, daß  $x$  vom sozialen Standpunkt aus (z. B. aus der Sicht einer Planungsbehörde oder eines sog. ethischen Beobachters) als mindestens so gut wie  $y$  anzusehen ist. Die strikte Präferenz  $P$  und die Indifferenzbeziehung  $I$  werden wie üblich definiert.

$U$  sei die Menge aller reellwertigen Funktionen, die auf dem kartesischen Produkt  $A \times N$  definiert sind. Für jedes  $u \in U$ , für beliebige  $i, j \in N$  und für beliebige  $x, y \in A$  bedeutet  $u(x, i) \geq u(y, j)$ , daß aus der Perspektive des ethischen Beobachters Individuum  $i$  im Zustand  $x$  mindestens so gut gestellt ist wie Individuum  $j$  im Zustand  $y$ . Ein Funktional in bezug auf die soziale Wohlfahrt (SWFL) ist eine Abbildung  $F$  von  $U$  in  $\mathbf{R}$ .

Das utilitaristische Prinzip läßt sich auf unterschiedliche Weise definieren. Wir wählen die folgende Form:

$$\mathbf{xR}' y + \sum_{i \in N} a_i u(x, i) \geq \sum_{i \in N} a_i u(y, i), \quad (1)$$

wobei  $\mathbf{R}' \in \mathbf{R}$ . Das utilitaristische Konzept setzt voraus, daß die individuellen Nutzenmengen  $u(x, i)$ ,  $u(y, i)$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ , kardinal meßbar sind. Außerdem verlangt die obige Summenbildung, daß die individuellen Nutzengrößen interpersonell vergleichbar werden. Letzteres wird dadurch erreicht, daß die individuellen Nutzenmengen »in geeigneter Weise«, nämlich mit Hilfe des Vektors  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  gewichtet werden. Sind die individuellen Nutzenfunktionen von vornherein miteinander vergleichbar, können wir  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1/n$  setzen und haben damit ein häufig gefordertes Axiom, die Gleichbehandlung aller Individuen erfüllt. Unter dieser Annahme gelangen wir zu jener Formulierung, die unter (d) im einleitenden Abschnitt verwandt worden ist. Die im Ausdruck (1) wiedergegebene Spezifikation ist durch eine lineare Struktur charakterisiert. Die soziale Wohlfahrtsfunktion läßt sich als positive lineare Kombination aller individuellen Nutzenfunktionen, welche die Eigenschaft haben, v. Neumann-Morgenstern Nutzenfunktionen zu sein, darstellen. Dies ist der Kern von Harsanyis Theorie der Verteilungsgerechtigkeit (1955, 1978), welche auf der Bayesianischen Theorie des rationalen Verhaltens bei Risiko und Unsicherheit basiert.<sup>1</sup>

Rawls (1971) hat in seinem vielbeachteten Werk »A Theory of Justice« zwei Prinzipien der Gerechtigkeit entwickelt, die die grundlegenden Beziehungen zwischen den Individuen einer Gesellschaft regeln sollen. Diese Grundsätze sind nach Rawls das Ergebnis einer kollektiven Vereinbarung, welche in einem »ursprünglichen Zustand der Gleichheit« von freien und rational handelnden Individuen geschlossen wird. Die beiden Prinzipien, die nach Rawls lexikographisch anzuordnen sind, lauten in einer der zahlreichen, sich leicht voneinander unterscheidenden Versionen:

- 1) »Each person is to have an equal right to the most extensive basic liberty compatible with a similar liberty for others«.
- 2) »Social and economic inequalities are to be arranged so that they are both (a) to the greatest benefit of the least advantaged and (b) attached to offices and positions open to all under conditions of fair equality of opportunity«.

Beide Prinzipien sollen nach Rawls auf die Grundstruktur einer Gesellschaft angewandt werden. Der erste Grundsatz betrifft die bürgerlichen Grundfreiheiten, der zweite Grundsatz macht eine Aussage über die Verteilung von Einkommen und Vermögen und fordert den Grundsatz der fairen Chancengleichheit. Der erste Halbsatz des zweiten Prinzips wird von Rawls als »Differenzprinzip« bezeichnet: Soziale und ökonomische Verbesserungen bessergestellter Personen sind nur dann gerecht (fertigt), wenn diese die soziale und ökonomische Situation der am schlechtesten gestellten Mitglieder der Gesellschaft anheben.

Das Differenzprinzip läßt sich in der folgenden Weise definieren:

$$x R y \quad \min_{r \in \mathbb{N}} (u(x, 1), u(x, 2), \dots, u(x, n)) > \min(u(y, 1), u(y, 2), \dots, u(y, n)), \quad (2)$$

wobei  $R \in R$ . Das Rawls'sche Konzept setzt voraus, daß Nutzenniveauvergleiche unter den Mitgliedern der betrachteten Gesellschaft sinnvoll durchgeführt werden können. Hierzu brauchen die individuellen Nutzenmengen (nur) ordinal meßbar zu sein, Nutzendifferenzen werden nicht betrachtet. Dadurch jedoch werden Abwägungen (die sog. »trade-offs«) zwischen besser- und schlechtergestellten (Gruppen von) Personen unmöglich. Übrigens ersetzt Rawls das kardinale Nutzenkonzept durch den Begriff der »primären sozialen Güter«. Interpersonelle Wohlfahrtsniveau-Vergleiche werden somit auf der Basis des Konzepts der Primärgüter angestellt. Als primäre soziale Güter werden Rechte und Freiheiten, Chancen und Machtpositionen, Einkommen und Vermögen sowie die Selbstachtung der Menschen (»self-respect«) genannt. Damit ist Rawls Konzept der Primärgüter wesentlich komplexer als der Nutzenbegriff, mit dem Ökonomen im allgemeinen arbeiten (Geld- und Güternutzen).

Sen (1970) schlug vor, das Rawls'sche Differenz- oder Maximinprinzip in der Weise zu modifizieren, daß das sog. starke Pareto-kriterium erfüllt wird. Er formulierte die folgende lexikographische Erweiterung des Prinzips.

Sei  $Q = \{1, 2, \dots, n\}$  die Menge der Rangzahlen bei gegebener Menge  $N$ . Für eine beliebige Rangzahl  $h \in Q$  müssen wir dasjenige Individuum bestimmen, welches in einem bestimmten sozialen Zustand den dieser Rangzahl entsprechenden Rang einnimmt. Wir definieren nun für alle  $u \in U$  und für alle  $x \in A$  eine eindeutige Abbildung  $i(x, \cdot)$  von  $Q$  auf  $N$  mit der Eigenschaft, daß  $\forall h, k \in Q$  gilt: Falls  $u(x, i(x, h)) < u(x, i(x, k))$ , dann folgt  $h < k$ . Dies bedeutet:  $i(x, h)$  ist die »h-schlechtest« gestellte Person im Zustand  $x$ .

Das lexikographische Maximin-Prinzip (verkürzt als Leximin-Prinzip bezeichnet) läßt sich dann in folgender Weise definieren:  $\forall u \in U, \forall x, y \in A$  gilt  $x P y$  genau dann, wenn ein  $m \in Q$  existiert mit der Eigenschaft, daß

$$\forall h \in Q, h < m: u(x, i(x, h)) = u(y, i(y, h)) \text{ und } u(x, i(x, m)) > u(y, i(y, m)). \quad (2')$$

In der nachfolgenden Situation lautet das Urteil des ethischen Beobachters dann zum Beispiel  $x P y$  und nicht  $x I y$ , was der Fall wäre, wenn die Spezifikation in (2) der Beurteilung zugrunde gelegt würde:

	x	y
u(*,1)	3	3
u(.,2)	5	4
u(.,3)	6	6

Das Differenzprinzip schließt, wie bereits erwähnt, die Betrachtung gegenläufiger Nutzenveränderungen bei einzelnen Individuen aus. Die additive Struktur des utilitaristischen Ansatzes hingegen läßt solche interpersonellen Kompensationsüberlegungen zu. Dies ist ein ganz wesentlicher Unterschied, der sich in den beiden folgenden Gerechtigkeitsforderungen widerspiegelt, mit deren Hilfe eine klare Trennlinie zwischen Leximin-Kriterium und utilitaristischem Prinzip gezogen werden kann (siehe hierzu u.a. D'Aspremont und Gevers [1977], Deschamps und Gevers [1978]).

Bedingung UE (Utilitaristische Gerechtigkeit): Für alle  $u \in U$ ,  $\forall x, y \in A$ ,  $\forall i, j \in N$  gilt  $y P x$ , falls

$$\forall g \in (N \setminus \{i, j\}) : u(x, g) = u(y, g) \text{ und} \\ u(x, i) + u(x, j) < u(y, i) + u(y, j).^3$$

Bedingung STE (Leximin Gerechtigkeit): Für alle  $u \in U$ ,  $\forall x, y \in A$ ,  $\forall i, j \in N$  gilt  $x P y$ , falls

$$\forall g \in (N \setminus \{i, j\}) : u(x, g) = u(y, g) \text{ und} \\ u(y, i) < u(x, i) < u(x, j) < u(y, j).$$

Falls alle Personen mit Ausnahme der Individuen  $i$  und  $j$  zwischen den sozialen Zuständen  $x$  und  $y$  indifferent sind, »diktiert« dasjenige Individuum die soziale Präferenz, welches in beiden Zuständen schlechter als das andere Individuum gestellt ist.

Interpretieren wir die in unserem Beispiel am Ende des zweiten Abschnitts in den Vektoren  $a$  und  $b$  bzw.  $a'$  und  $b'$  vorkommenden Rationalzahlen als kardinale und interpersonell vergleichbare Nutzenindices, gelangen wir nach Anwendung des utilitaristischen Prinzips zu dem Ergebnis, daß in Situation I  $a$  und  $b$  sozial äquivalent sind und daß die gleiche Aussage für  $a'$  und  $b'$  in Situation II zutrifft. Nach dem Rawls'schen Differenzprinzip ist  $b$  der Verteilung  $a$  sozial vorzuziehen, während in Situation II  $a'$  der Umverteilung  $b'$  sozial überlegen ist (damit wird verhindert, daß sich die Position der »recht armen« Person 1 noch weiter verschlechtert). Man könnte bei Betrachtung dieses Beispiels auf die Idee kommen, eine hierarchische (oder lexikographische) Argumentationsweise einzuführen. Das primäre Kriterium bei der Beurteilung alternativer sozialer Zustände wäre die Summe der individuellen Nutzenmengen; bei Summengleichheit in zwei (oder mehreren) Zuständen würde als zusätzliches Kriterium das Leximin-Prinzip herangezogen. Dieser Vorschlag ist in der Tat mehrfach unterbreitet worden (siehe u. a. Blackorby und Donaldson [1977]). Er hätte den Vorteil - wenn es einer ist, daß nicht

ein höheres Maß an Gleichheit durch eine Einbuße an Gesamtnutzen erkaufte würde.

Neben den bisher betrachteten Entscheidungsregeln gibt es eine Fülle anderer (streng genommen: unendlich viele andere) Kriterien zur Beurteilung von Verteilungen. Hierzu betrachten wir kurz die verallgemeinerten Mittel vom Grade  $q$ :

$$M(q) = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(\cdot, i)^q \right)^{1/q}$$

wobei  $u(\cdot, i) > 0$  für alle  $i \in N$  und  $\varphi \in \mathbb{R}$ .<sup>4</sup> Für  $a = 1$  erhalten wir die lineare Struktur des utilitaristischen Konzepts (1), für  $\varphi = -\infty$  bekommt man die Minimumregel, auf der das Differenzprinzip (2) basiert, für  $\varphi = +\infty$  ergibt sich eine Maximumregel, auf der die folgende, dem Verfasser dieses Aufsatzes nicht sehr sympathisch erscheinende Regel beruhen könnte:

$$x R' y \iff H \text{É} \max(u(x, 1), \dots, u(x, n)) > \max(u(y, 1), \dots, u(y, n)), \quad (3)$$

wobei  $R' \in R$ .

Für  $q = 0$  läßt sich das geometrische Mittel

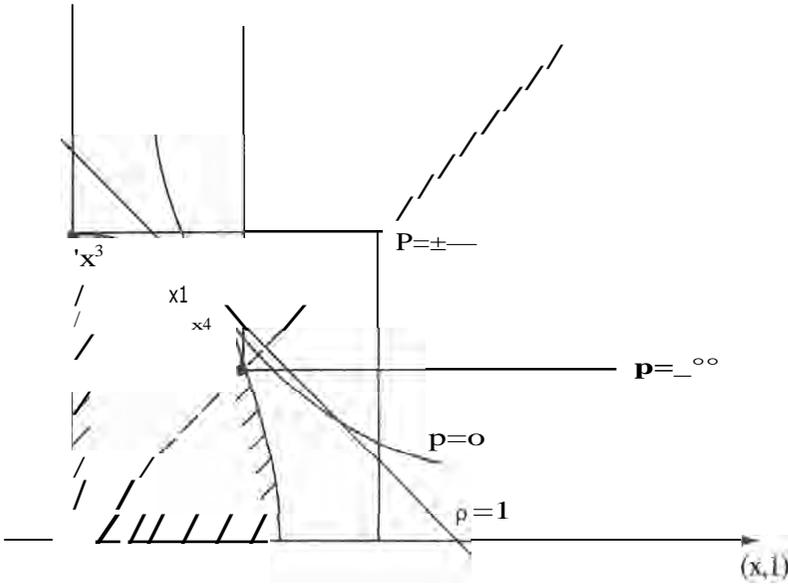
$M(0) = (u(\cdot, 1) \cdot u(\cdot, 2) \cdot \dots \cdot u(\cdot, n))^{1/n}$  herleiten, auf dem die Wohlfahrtsfunktion i. S. von Nash basiert, nämlich:

$$x R' y \iff H \text{É} \prod_{i=1}^n (u(x, i) / u(y, i))^{1/n} > 1, \quad (4)$$

wobei  $R' \in R$ . Für  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1$  erhalten wir die unter (f) im Abschnitt 1 verwandte Entscheidungsregel.

Wie der Leser an den bisherigen Beispielen festgestellt haben wird, repräsentieren die verallgemeinerten Mittel ein Entscheidungsverhalten, das um so mehr Kompensation zwischen den individuellen Nutzensausprägungen  $u(\cdot, i)$ ,  $u(\cdot, j)$ ,  $i, j \in N$ , zuläßt, je größer der Parameter  $q$  ist;  $q$  kann deshalb als Kompensationsparameter bezeichnet werden (Dyckhoff, 1985). Aus der Kompensationseigenschaft der verallgemeinerten Mittel vom Grade  $q$  ergibt sich, daß der optimale Punkt in Figur 1 mit zunehmendem Kompensationsgrad  $q$  von der egalitären Maximin-Lösung zur sog. Maximax-Lösung wandert, die extrem divergierende Nutzen- oder Güterzuweisungen gutheißt.

Durch die Möglichkeit,  $q$  in  $M(q)$  stetig zu verändern, ergeben sich Entscheidungsregeln, deren Kompensationsverhalten mit  $q$  *kontinuierlich* zwischen Maximin und Maximax variiert. In Figur 2 zum Beispiel lassen sich »leicht« Entscheidungsregeln in dem gestrichelten Bereich zwischen 0 und  $q$  modellieren. Die Frage ist nur, ob sich das einem bestimmten  $q$  entsprechende Entscheidungskriterium, wenn es nicht gerade einer der vier oben diskutierten Spezifikationen entspricht, ökonomisch einfach interpretieren bzw. rechtfertigen läßt oder, anders gefragt, wie die Gesellschaft ihre Wahl bezüglich  $q$  trifft.



Figur 1

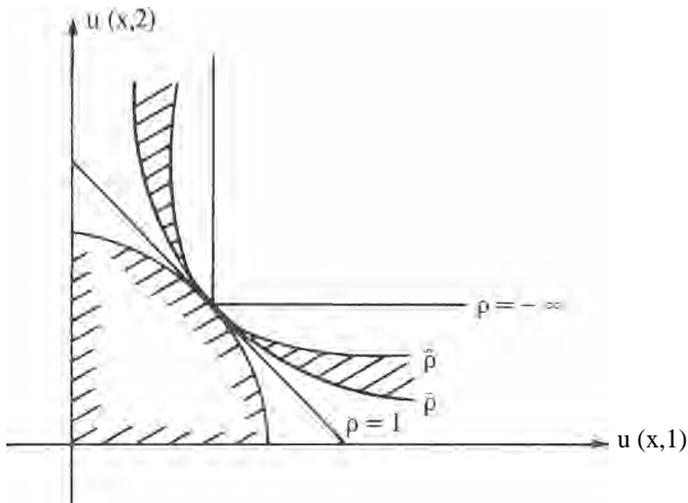
$p = 1$  : utilitaristisches Konzept (1)

$p = -\infty$  : Maximin Prinzip (2)

$p = +\infty$  : Maximax Prinzip (3)

$p = 0$  : Nash Konzept (4)

Ein ganz anderer Weg zur Entscheidung über den gesellschaftlich erwünschten Egalitätsgrad soll zum Abschluß skizziert werden. Wir wollen annehmen, daß nicht länger ein ethischer Beobachter, sondern *jedes Individuum  $i$  der Gesellschaft für sich* die Feststellung treffen kann, daß z. B. Person  $j$  im Zustand  $x$  mindestens so gut gestellt ist wie Person  $k$  im Zustand  $y$ . Dies wollen wir schreiben als  $(x, j) R_i (y, k)$ ; interpersonelle Nutzenniveauvergleiche sollen von allen Personen sinnvoll durchgeführt werden können.  $R_i$ , definiert auf  $A \times N$ , sei nunmehr die erweiterte Ordnung von Person  $i$ . Die Menge aller logisch möglichen erweiterten Ordnungen bezeichnen wir mit  $\mathcal{R}(A \times N)$ .  $\{R_i; j \in N\}$  sei ein Profil individueller erweiterter Ordnungen.  $R$  sei wie bisher die Menge aller Ordnun-



Figur 2

gen auf  $A$ . Wir definieren  $R = T(A \times N) \times \dots \times T(A \times N)$ ,  $n$ -mal, und nennen eine Abbildung  $G : R \rightarrow \mathbb{R}$  eine erweiterte Soziale Wohlfahrtsfunktion.

Wir definieren nun die Klasse der transformierten positionellen breiten Borda Regeln (TPBB):

$$x R' y \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \rho(r(x, j)) > \sum_{j=1}^n \rho(r(y, j)), \quad (5)$$

wobei  $R' \in R$  und  $\rho(\cdot)$  eine beliebige, streng monoton steigende Transformation der positionellen Rangzahlen  $r_i(x, j)$ ,  $r_i(y, j)$ ,  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ , bezeichnet. Ist  $q(\cdot)$  die identische Transformation, resultiert die wohlbekanntere lineare breite Borda Methode (siehe Regel (b) in Abschnitt 1). Innerhalb der Klasse TPBB betrachten wir im folgenden die Teilklasse, die sich auf streng konkave Transformationen  $\rho(\cdot)$  mit  $\rho'(\cdot) > 0$  über dem gesamten Definitionsbereich beschränkt. Alle Elemente dieser Teilklasse erfüllen eine Gerechtigkeitsforderung, die weniger scharf als das Postulat der Leximin Gerechtigkeit ist (siehe Gaertner, 1983). Wir bezeichnen diese Teilklasse mit EPBB. Durch die Betrachtung allein streng konkaver Transformationen  $\rho(\cdot)^\beta$  ist es möglich geworden, beliebig nahe an Rawls Maximin Konzept heranzukommen bzw. mit diesem Prinzip übereinzustimmen oder aber »auf Distanz« zu diesem Kriterium zu gehen.

Die Entscheidung über den gesellschaftlich erwünschten Egalitätsgrad ist nun gleichbedeutend mit der Wahl einer bestimmten Transformationsfunktion. Diese Entscheidung läßt sich vielleicht - so jedenfalls schlagen wir es vor - anhand der folgenden Sequenz von konstruierten Präfe-

renzprofilen, die Entscheidungssituationen repräsentieren könnten, vornehmen.

Betrachten wir das folgende 2-Personen-Profil erweiterter Ordnungen  $\rho^2$ :

$$R_1 : (y, 2) (x, 2) (x, 1) (y, 1)$$

$$R_2 : (y, 2) (x, 2) (x, 1) (y, 1).$$

Nach Bedingung STE ergibt sich die soziale Präferenz  $x P y$ . Wir verallgemeinern nun dieses Grundpräferenzprofil auf mehr als 2 Personen. Für 3 Personen erhalten wir z. B. das Profil  $\rho^3$ :

$$R_1 : (y, 3)(x, 3)(y, 2)(x, 2)(x, 1)(y, 1)$$

$$R_2 : (y, 3) (x, 3) (y, 2) (x, 2) (x, 1) (y, 1)$$

$$R_3 : (y, 3) (x, 3) (y, 2) (x, 2) (x, 1)(y, 1).$$

Für dieses Profil läßt sich leicht ein Element aus der Klasse EPBB finden mit der Eigenschaft, daß die soziale Entscheidung zugunsten des Zustands  $y$  ausfällt, während nach Bedingung STE wieder  $x P y$  gilt. Dann aber haben wir das Rawls'sche Maximin-Resultat  $x P y$  verlassen und ins Gegenteil verkehrt.

Wir bezeichnen mit  $P^q$  dasjenige der Präferenzprofile  $\rho^q, 2 \leq q < \infty$ , bei dem das soziale Ergebnis mit Hilfe des hier vorgeschlagenen Borda Verfahrens  $y P x$  lautet soll (für alle  $\rho^q$  mit  $q < q^*$  gilt somit  $x P y$  oder  $x I y$ ). Zu festgelegtem  $q^*$  läßt sich stets ein Element der Klasse EPBB finden dergestalt, daß als kollektives Ergebnis  $y P x$  resultiert. Die Mitglieder der Gesellschaft haben nun die Aufgabe, anhand der konstruierten Präferenzprofile,  $\rho^q$  ihre Vorstellungen über den gesellschaftlichen Egalitätsgrad durch die Wahl eines bestimmten  $q^*$ -Wertes zum Ausdruck zu bringen. Auch bei dem hier dargelegten Verfahren läßt sich der von der Gesellschaft erwünschte Egalitätsgrad kontinuierlich variieren, da die Krümmung der zu wählenden Transformationsfunktion  $\phi(\cdot)$  stetig verändert werden kann.

## Anmerkungen

- 1 Zu einer Kritik an Harsanyi's Ansatz siehe u.a. Sen (1977), Gaertner (1985) und Weymark (1986).
- 2 Streng genommen hätten wir das Differenzprinzip in (2) mit Hilfe eines Primärgüterindex formulieren müssen. Wir haben dies jedoch bewußt unterlassen, um die Vergleichbarkeit mit anderen Ansätzen zu gewährleisten.
- 3 In dieser Formulierung wird vorausgesetzt, daß die individuellen Nutzengrößen  $u(x, l), u(y, l), l \in N$ , bereits kardinal meßbar und interpersonell vergleichbar sind.
- 4 Siehe hierzu auch den axiomatischen Ansatz von Ebert (1986) zur Evaluierung von Einkommensvektoren.
- 5 Die Nash Funktion betrachtet das Produkt der Nutzenveränderungen gegen-

über dem Status quo, dem wir hier aus Gründen der Vereinfachung für alle  $i \in N$  den Nutzenindex Null zugeordnet haben.

6 Natürlich lassen sich auch andere (streng monoton steigende) Transformationen betrachten, z. B. jene, welche mittleren Positionen ein stärkeres Gewicht zuordnen (für Einzelheiten verweisen wir auf Gaertner, 1983).

## Literatur

- Arrow, K. J. (1951/1963), *Social Choice and Individual Values*, New York.
- Blackorby, Ch. und D. Donaldson (1977), *Utility vs. Equity - Some Plausible Quasi-Orderings*. *Journal of Public Economics*, 7, S. 365-381.
- de Borda, J. C. (1781), *Mémoire sur les élections au scrutin*, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, S. 657-665.
- D'Aspremont, C. und L. Gevers (1977), *Equity and the Informational Basis of Collective Choice*. *Review of Economic Studies*, 46, S. 199-210.
- Deschamps, R. und L. Gevers (1978), *Leximin and Utilitarian Rules: A Joint Characterization*. *Journal of Economic Theory*, 17, S. 143-163.
- Dyckhoff, H. (1985), *Kompensation bei Entscheidungskriterien*. *OR Spektrum*, 7, S. 195-207.
- Ebert, U. (1986), *Measurement of Inequality: An Attempt at Unification and Generalization*. Manuskript, vorgetragen auf dem Seminar »Distributive Justice and Inequality« am Wissenschaftskolleg zu Berlin, Mai 1986.
- Foley, D. (1967), *Resource Allocation and the Public Sector*. *Yale Economic Essays*, 7.
- Gaertner, W. (1983), *Equity- and Inequity-Type Borda Rules*. *Mathematical Social Sciences*, 4, S. 137-154.
- Gaertner, W. (1985), *Einige Theorien der Verteilungsgerechtigkeit im Vergleich*. Erschienen in: *Ethik und Wirtschaftswissenschaft*, herausgegeben von G. Endlerle. Berlin, S. 111-142.
- Harsanyi, J. C. (1955), *Cardinal Welfare, Individualistic Ethics and Interpersonal Comparisons of Utility*. *Journal of Political Economy*, 63, S. 309-321.
- Harsanyi, J. C. (1978), *Bayesian Decision Theory and Utilitarian Ethics*. *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 68, S. 223-228.
- Nash, J. F. (1950), *The Bargaining Problem*. *Econometrica*, 18, S. 155-162.
- Rawls, J. (1971), *A Theory of Justice*. Cambridge, Mass.
- Sen, A. K. (1970), *Collective Choice and Social Welfare*. San Francisco.
- Sen, A. K. (1977), *Nonlinear Social Welfare Functions: A Reply to Prof. Harsanyi*. Erschienen in: *Foundational Problems in the Special Sciences*, herausgegeben von R. E. Butts und J. Hintikka. Dordrecht und Boston.
- Sen, A. K. (1979), *Personal Utilities and Public Judgements: Or What's Wrong with Welfare Economics?* *Economic Journal*, 89, S. 537-558.
- Sen, A. K. (1982), *Choice, Welfare and Measurement*, Oxford.
- Weymark, J. (1986), *On John Harsanyi's Defences of Utilitarianism*. Manuskript, vorgetragen auf dem Seminar »Distributive Justice and Inequality« am Wissenschaftskolleg zu Berlin, Mai 1986.