



Itay Neeman, Ph.D.

Professor der Mathematik

University of California, Los Angeles

Born in 1972 in Zafed, Israel

Studied Mathematics at King's College London, at Oxford University
and at the University of California, Los Angeles

SCHWERPUNKT

ARBEITSVORHABEN

Determiniertheit und große Kardinalzahlen

Research over the past two decades has revealed a connection between large cardinal axioms (axioms of Set Theory which go beyond the basic axioms of ZFC) and properties of definable sets of real numbers. The intermediary between large cardinals and the real line is the principle of determinacy, stating the existence of winning strategies in infinite games on natural numbers. On the one hand, this principle has been used as a basis for the study of definable sets of reals. On the other hand, it is known to be closely connected to large cardinal axioms.

While at the Wissenschaftskolleg, I propose to conduct research exploiting the connection between large cardinals and determinacy, to the benefit of both subjects. I plan to work with Ronald B. Jensen (Humboldt University, Berlin) and my co-Fellow Martin Zeman, who are both experts on large cardinals, and with my co-Fellow John Steel, who is an expert on both large cardinals and determinacy.

Recommended Reading

Neeman, Itay. *The Determinacy of Long Games*. De Gruyter Series in Logic and Its Applications, vol. 7. Berlin: de Gruyter, November 2004.

- "An Introduction to Proofs of Determinacy of Long Games." In *Logic Colloquium '01. Lecture Notes in Logic*, vol. 20. Wellesley, MA: AK Peters, 2005.

- "Games of length ω_1 ." Submitted.

KOLLOQUIUM, 15.11.2005

Set Theory, Infinite Games, and Strong Axioms

Die Mathematiker denken über die Welt nach, indem sie Theoreme beweisen; das heißt, sie kommen durch eine sorgfältige, schrittweise Ableitung von einfachen, grundlegenden Prinzipien zu Ergebnissen, die von Interesse sind. Mein Ziel ist es, Ihnen mit meinem Vortrag anhand von Beispielen erstens einen Eindruck zu vermitteln, wie man das macht; und zweitens möchte ich Sie ganz informell mit meinem spezifischen Thema, der Mengenlehre, vertraut machen.

Die Mengenlehre hat ihren Ursprung in einem Werk über unendliche Mengen von Georg Cantor im späten 19. Jahrhundert. Präzise definierte Cantor den Begriff der Mächtigkeit (die Anzahl der Elemente einer Menge), der sowohl für endliche als auch für unendliche Mengen gilt, und zog die Möglichkeit in Erwägung, dass nicht alle unendlichen Mengen von der gleichen Mächtigkeit sind. Ich möchte meinen Vortrag mit der Definition Cantors beginnen, einige Beispiele unendlicher Mengen darlegen und Cantors berühmtes Theorem von der Mächtigkeit des

Kontinuums und dessen Beweis erklären. (Ich möchte die Behauptung des Theorems hier nicht weiter ausführen, damit es spannend bleibt.) Von dort aus möchte ich weiter zum Begriff der Kardinalität. Schließlich möchte ich in diesem Teil des Vortrags die elementaren Einbettungen im Mengenuniversum erörtern, die allerdings nur in Anwesenheit von Mengen sehr hoher Mächtigkeit vorkommen können. Diese Mächtigkeiten, die man große Kardinalzahlen nennt, liegen besonders weit weg von den natürlichen Zahlen.

Im zweiten Teil des Vortrags befaße ich mich mit unendlichen Spielen mit natürlichen Zahlen. Auch in diesem Teil möchte ich Ihnen einen Beweis präsentieren. Ich werde beweisen, dass bestimmte unendliche Spiele determiniert sind, das heißt, einer der Spieler im Spiel hat eine Strategie, die garantiert gegen alle Spiele des Gegenspielers gewinnt. Die Existenz solcher Strategien ist eine konkrete Behauptung über Mengen natürlicher Zahlen.

Scheinbar haben die großen Kardinalzahlen des ersten Teils nichts mit den konkreten Behauptungen zur Existenz von Gewinnstrategien in Spielen mit natürlichen Zahlen zu tun. Aber es zeigt sich, dass die beiden Themen auf eine komplexe Weise miteinander verknüpft sind, und dies ist der Ausgangspunkt meiner eigenen Arbeit.

PUBLIKATIONEN AUS DER FELLOWBIBLIOTHEK

Neeman, Itay (2002)

Optimal proofs of determinacy II

<https://kxp.k10plus.de/DB=9.663/PPNSET?PPN=794267858>

Neeman, Itay (2002)

Inner models in the region of a Woodin limit of Woodin cardinals

<https://kxp.k10plus.de/DB=9.663/PPNSET?PPN=77011394X>